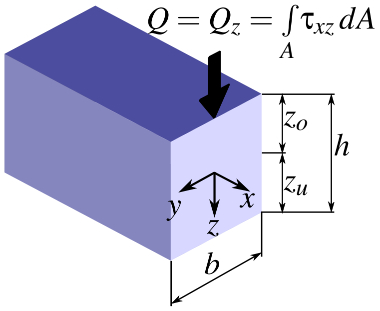
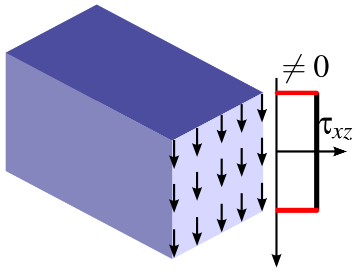
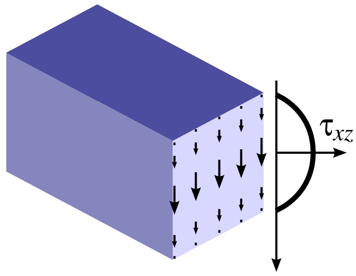
Zur Schubfläche $A_s = \kappa A$

Bsp. Rechteckfläche







Stoffgesetz:

$\tau_m = G\gamma_m = \frac{Q}{A_s}$

$\gamma_m = \bar{\gamma} = w' + \beta$

Gleichgewicht:

$\tau(z) = -\frac{QS_y(z)}{I_y b(z)}$

Unterschiedliche Verläufe aus dem Stoffgesetz und dem Gleichgewicht, d.h. Widerspruch.
Ursache: BI: Hypothese vom Ebenbleiben der Querschnitte.
(in Wirklichkeit verwölben sich die Querschnitte)

$\rightsquigarrow$ Einführung der Schubfläche $A_s = \kappa A$ (fiktive reduzierte Fläche)

Gleichsetzen der Formänderungsenergie Π^* für ein Stabelement dx:

$$\int\limits_A \frac{\tau^2(z)}{2G}\, dA = \int\limits_{A_s} \frac{\tau_m^2}{2G}\, dA_s = \frac{Q^2}{2GA_s}$$

$$\frac{1}{2G}\int\limits_A \left[-\frac{QS_y(z)}{I_y b(z)}\right]^2 dA = \frac{1}{2G}\frac{Q^2}{A_s} \qquad dA = b(z)dz$$

$$\boxed{A_s = A_{sz} = \frac{I_y^2}{\int\limits_{z_o}^{z_u} \frac{S_y^2(z)}{b(z)}\, dz}} \qquad \begin{array}{llll} Q = & Q_z & \to & A_{sz} \\ Q = & Q_y & \to & A_{sy} \end{array}$$

Rechteck:

$$I_y = \frac{bh^3}{12} \qquad b(z) = b \qquad S_y(z) = b\int\limits_{-\frac{h}{2}}^{z} \bar{z}\, d\bar{z} = -\frac{b}{2}\left(\frac{h^2}{4} - z^2\right) \qquad -\frac{h}{2} \leq z \leq \frac{h}{2}$$

$$\int\limits_{z_o}^{z_u} S_y^2(z)\, dz = \int\limits_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \frac{b^2}{4}\left(\frac{h^4}{16} - \frac{1}{2}h^2z^2 + z^4\right) dz = \frac{b^2h^5}{120}$$

$$A_s = \frac{120\, b^2\, h^6\, b}{144\, b^2\, h^5} = \frac{5}{6}bh = \underbrace{\frac{5}{6}A}_{\text{"reduzierte Fläche"}} \quad \to \quad \kappa = \frac{5}{6} \quad \text{Schubkorrekturfaktor}$$

I– Profil: $\downarrow Q_z$ I $A_s = A_{\text{Steg}}$